



Nonlinear Buckling in Nastran V2020

Lutz Peschlow und Viktor Lebsak

Jeder kennt in Nastran bestimmt die Lineare Beulanalyse mit SOL 105 um Instabilitäten einer Struktur unter linearen Bedingungen und Annahmen zu berechnen.

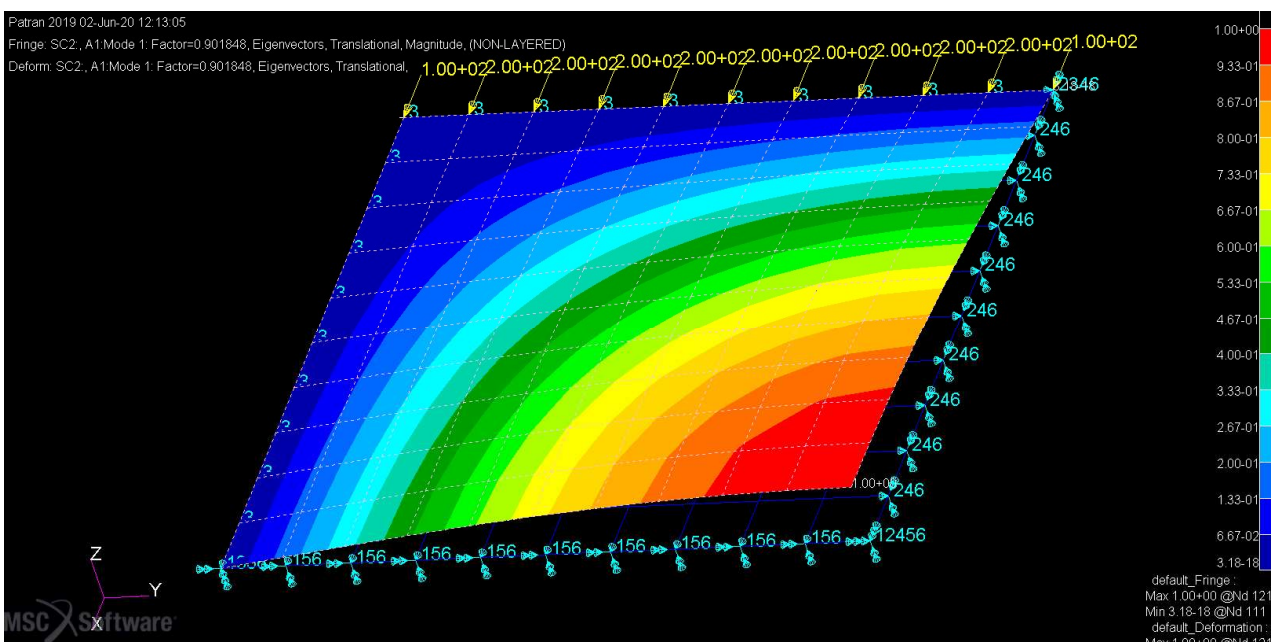
Mit der Einführung der SOL 400 als multi-disziplinäre Lösung für die Kombination verschiedenster physikalischer Effekte, kann man die gleiche lineare Analyse als Kombination zweier Subcases durchführen.

Die Beschränkungen in der linearen Analyse sind vielfältig und je nach Grad der Nichtlinearität können die Ergebnisse stark von der linearen Lösung abweichen. Eine kritische Last kann zum Beispiel kleiner werden, wenn das Material mit Plastizität auf die Last reagiert aber eine Beullast kann auch größer werden, wenn man Versteifungseffekte am verformten System berücksichtigt.

Somit ist empfohlen eine lineare Analyse als Richtwert und erste Näherung zu werten, um dann mit einer nichtlinearen Beulanalyse ein genaueres Ergebnis zu erzielen. Mit Nastran Version 2020 wurde nun die Funktionalität auf Nichtlineare Beulen in SOL 400 erweitert und diverse Effekte können dadurch berücksichtigt werden.

An einem Beispielmodell soll der Prozess gezeigt werden.

Das Modell ist eine quadratische Platte unter Linienlast, wobei auch Symmetrierandbedingungen ausgenutzt werden. Die Last beträgt 400 Kräfteinheiten pro Längeneinheit mit einer Gesamtlast von 2000 Kräfteinheiten bei einer Kantenlänge von 5 Längeneinheiten. Da hier jedoch nur ein Teil der Gesamtlast infolge Symmetrie aufgebracht wird, ist eine Betrachtung der Last bezüglich Längeneinheit praktischer und wird im Folgenden zum Vergleich verwendet.





Bei einer linearen Analyse mit SOL 105 erhalten wir als ersten Eigenwert 0.9018. Im Inputdeck arbeiten wir mit zwei Subcases, einer für die differenzielle Steifigkeit und einer für die Eigenwertlösung.

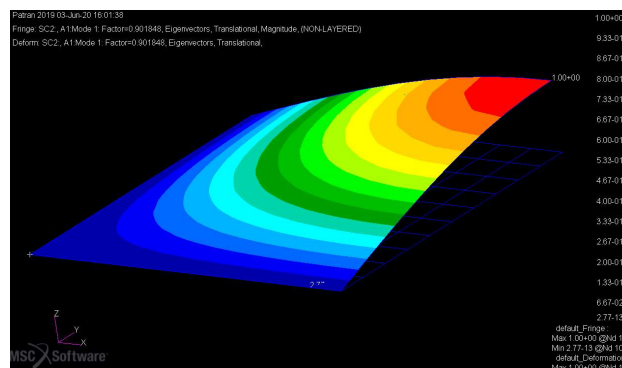
```
SOL 105
CEND
SPC=2
SUBCASE 1
  LOAD=1
SUBCASE 2
  METHOD=1
BEGIN BULK
$ 1 || 2 || 3 || 4 || 5 || 6 || 7 || 8 |
EIGRL 1
$ load - base buckling load
FORCE 1 1 0 100. 1. 0. 0.
FORCE 1 12 0 200. 1. 0. 0.
FORCE 1 23 0 200. 1. 0. 0.
FORCE 1 34 0 200. 1. 0. 0.
FORCE 1 45 0 200. 1. 0. 0.
FORCE 1 56 0 200. 1. 0. 0.
FORCE 1 67 0 200. 1. 0. 0.
FORCE 1 78 0 200. 1. 0. 0.
FORCE 1 89 0 200. 1. 0. 0.
FORCE 1 100 0 200. 1. 0. 0.
FORCE 1 111 0 100. 1. 0. 0.
$
INCLUDE './model.dat'
ENDDATA
```

Mit einem ersten Eigenwert von 0.9018 als Lastfaktor würde die kritische Linienlast 360.72 Kräfteinheit/Längeneinheit betragen.

```
REAL EIGENVALUES

MODE      EXTRACTION      EIGENVALUE
NO.       ORDER
1         1          9.018480E-01
2         2          4.631779E+00
3         3          7.992655E+00
```

Die erste Eigenform wäre die erwartete Beulform, aus Symmetriegründen hier nur ein Viertel dargestellt.





Vergleicht man das Ergebnis mit der linearen Beulanalyse mit SOL 400 sieht man identische Ergebnisse.

```
SOL 400
CEND
SUBCASE 1
  ANALYSIS=STATIC
  SPC=2
  LOAD=1
SUBCASE 2
  ANALYSIS=BUCK
  STATSUB=1
  METHOD=1
  SPC=2
BEGIN BULK
EIGRL 1 0.1 10.0
$ 1 || 2 || 3 || 4 || 5 || 6 || 7 || 8 |
$ load - base buckling load
FORCE 1 1 0 100. 1. 0. 0.
FORCE 1 12 0 200. 1. 0. 0.
FORCE 1 23 0 200. 1. 0. 0.
FORCE 1 34 0 200. 1. 0. 0.
FORCE 1 45 0 200. 1. 0. 0.
FORCE 1 56 0 200. 1. 0. 0.
FORCE 1 67 0 200. 1. 0. 0.
FORCE 1 78 0 200. 1. 0. 0.
FORCE 1 89 0 200. 1. 0. 0.
FORCE 1 100 0 200. 1. 0. 0.
FORCE 1 111 0 100. 1. 0. 0.
$
INCLUDE './model.dat'
ENDDATA
```

Wir sehen hier die Verwendung von zwei Subcases wobei der erste mit ANALYSIS=STATIC und der zweite mit ANALYSIS=BUCK gekennzeichnet ist. Als Ergebnis ist hier auch wieder der erste Eigenwert mit 0.9018 als Lastfaktor zu sehen.

```
REAL EIGENVALUES

MODE      EXTRACTION      EIGENVALUE
NO.       ORDER
1         1          9.018480E-01
2         2          4.631779E+00
3         3          7.992655E+00
```



Um eine nichtlineare Beulanalyse aufzusetzen, benötigen wir nun neben ANALYSIS=NLSTAT für die Kennzeichnung einer nichtlinearen Statikrechnung das Case Control Command NLBUCK. Damit wird definiert, bei welchem Lastfaktor wir in die Berechnung der kritischen Last gehen.

```
SOL 400
CEND
SUBCASE 1
STEP 1
ANALYSIS=NLSTATIC
NLSTEP=1
SPC=2
LOAD=1
NLBUCK=0.1
BEGIN BULK
PARAM LGDISP 1
NLSTEP 1
GENERAL 4
FIXED 10
EIGRL 1 0.1 20.0
$ load - base buckling load
FORCE 1 1 0 100. 1. 0. 0.
FORCE 1 12 0 200. 1. 0. 0.
FORCE 1 23 0 200. 1. 0. 0.
FORCE 1 34 0 200. 1. 0. 0.
FORCE 1 45 0 200. 1. 0. 0.
FORCE 1 56 0 200. 1. 0. 0.
FORCE 1 67 0 200. 1. 0. 0.
FORCE 1 78 0 200. 1. 0. 0.
FORCE 1 89 0 200. 1. 0. 0.
FORCE 1 100 0 200. 1. 0. 0.
FORCE 1 111 0 100. 1. 0. 0.
$
INCLUDE './model.dat'
ENDDATA
```

In der Beschreibung der Theorie erkennen wir, dass die kritische Last sich aus der Summe einer aufgetragenen Last und einem Lastinkrement berechnet. Wir haben hier als Lösung nicht mehr den Eigenwert LAMBDA sondern den Faktor ALPHA. Die komplette mathematische Herleitung findet man zum Beispiel im Nastran V2020 Release Guide.

The critical buckling load may be estimated as: $\{P_{cr}\} = P_n + \alpha \{\Delta P\}$
where:
 P_{cr} is the critical buckling load.
 P_n is the total applied load at the point of estimating buckling behavior.
 $\{\Delta P\} = \{P_n\} - \{P_{n-1}\}$
 P_{n-1} is the applied load of the previous increment before P_n .
where: $\alpha = \frac{\lambda \{\Delta U\}^T \left[K_n + \frac{1}{2} \lambda \Delta K \right] \Delta U}{\{\Delta U\}^T \{\Delta P\}}$



Mit NLBUCK=0.1 wird bei jedem 10%-Schritt der Last eine Eigenwertberechnung gestartet und der entsprechende Critical Buckling Factor (ALPHA) berechnet. Exemplarisch hier die Ausgabe für 20%, 30% und 80% der Last.

```
LOAD STEP = 2.000000E-01
MODE      EXTRACTION  EIGENVALUE      REAL EIGENVALUES
NO.      ORDER       RADIANS         CYCLES          GENERALIZED     GENERALIZED
          1           7.038475E+00    2.653012E+00   4.222400E-01   2.446956E+01   1.722284E+02
          2           4.449273E+01    6.670287E+00   1.061609E+00   2.162482E+02   9.621475E+03
*** USER INFORMATION MESSAGE 9040 (SUBDMAP BUCKLE2)
    CRITICAL BUCKLING FACTOR (ALPHA)= 7.038475E+00  LOAD STEP = 2.000000E-01  STEP 1  SUBCASE 1
...
LOAD STEP = 3.000000E-01
MODE      EXTRACTION  EIGENVALUE      REAL EIGENVALUES
NO.      ORDER       RADIANS         CYCLES          GENERALIZED     GENERALIZED
          1           6.038205E+00    2.457276E+00   3.910876E-01   2.447050E+01   1.477579E+02
          2           4.349103E+01    6.594773E+00   1.049591E+00   2.162565E+02   9.405218E+03
*** USER INFORMATION MESSAGE 9040 (SUBDMAP BUCKLE2)
    CRITICAL BUCKLING FACTOR (ALPHA)= 6.038205E+00  LOAD STEP = 3.000000E-01  STEP 1  SUBCASE 1
...
LOAD STEP = 8.000000E-01
MODE      EXTRACTION  EIGENVALUE      REAL EIGENVALUES
NO.      ORDER       RADIANS         CYCLES          GENERALIZED     GENERALIZED
          1           1.037432E+00    1.018544E+00   1.621063E-01   2.447518E+01   2.539133E+01
          2           3.848308E+01    6.203473E+00   9.873134E-01   2.162980E+02   8.323814E+03
*** USER INFORMATION MESSAGE 9040 (SUBDMAP BUCKLE2)
    CRITICAL BUCKLING FACTOR (ALPHA)= 1.037432E+00  LOAD STEP = 8.000000E-01  STEP 1  SUBCASE 1
```

Wendet man nun die Formel an und nimmt zum Beispiel den Wert für ALPHA bei 60% der Last:

```
*** USER INFORMATION MESSAGE 9040 (SUBDMAP BUCKLE2)
    CRITICAL BUCKLING FACTOR (ALPHA)= 3.037626E+00  LOAD STEP = 6.000000E-01  STEP 1  SUBCASE 1
```

würde man auf eine kritische Linienlast von: $240 + 3.037626E+00 * 40 = 361.5$
 kommen. Die derzeit aufgebrachte Linienlast berechnet sich aus: $0.6*400 = 240$
 und das DELTA P berechnet sich aus: $0.1*400 = 40$

Bei 90% der Last kommt man auf fast gleiche Werte für die kritische Linienlast:

```
*** USER INFORMATION MESSAGE 9040 (SUBDMAP BUCKLE2)
    CRITICAL BUCKLING FACTOR (ALPHA)= 3.739178E-02  LOAD STEP = 9.000000E-01  STEP 1  SUBCASE 1
```

Kritische Linienlast: $360 + 3.739178E-02 * 40 = 361.5$
 mit: $0.9*400 = 360$
 und: $0.1*400 = 40$



Nun wissen wir aber, dass die kritische Last kleiner ist, als die aufgebrachte Gesamtlast. Was passiert nun mit dem Faktor ALPHA bei einer höheren Last, also in unserem Fall bei 100% ?

```
*** USER INFORMATION MESSAGE 9040 (SUBMAP BUCKLE2)
CRITICAL BUCKLING FACTOR (ALPHA)= 3.648031E+01 LOAD STEP = 1.000000E+00 STEP 1 SUBCASE 1
```

Bei Aufbringen der kompletten 100% Last wird in unserem Modell die zweite kritische Last angenähert.

Die kritische Linienlast berechnet sich nun aus: $400 + 3.648031E+01 * 40 = 1859$

Erinnern wir uns an die Ergebnisse aus der linearen Analyse, sehen wir die entsprechende Abschätzung des zweiten Eigenwerts 4.6317 und eine daraus folgende kritische Last von: $400 * 4.631779E+00 = 1852$

MODE NO.	EXTRACTION ORDER	EIGENVALUE	REAL EIGENVALUES		GENERALIZED MASS	GENERALIZED STIFFNESS
			RADIANS	CYCLES		
1	1	9.018480E-01	9.496568E-01	1.511426E-01	2.452363E+02	2.211659E+02
2	2	4.631779E+00	2.152157E+00	3.425264E-01	2.170616E+03	1.005381E+04
3	3	7.992655E+00	2.827128E+00	4.499515E-01	2.101616E+03	1.679749E+04
4	4	1.231496E+01	3.509268E+00	5.585174E-01	2.879297E+03	3.545843E+04
5	5	1.374499E+01	3.707423E+00	5.900547E-01	2.792482E+03	3.838262E+04

Bei größeren Modellen ist es aus Performancegründen nicht praktikabel über das gesamte Lastspektrum regelmässige Eigenwertanalysen durchzuführen. Dort empfiehlt es sich mit zwei Lastschritten zu arbeiten, wobei der zweite Lastschritt die Nähe der kritischen Last kennzeichnet. Dort kann man dann engmaschig Eigenwertanalysen durchführen und dass Case Control Command NLBUCK entsprechend definieren.

Hier ein Beispiel wo zwischen 60% und 80% der Last 4 Eigenwertanalysen durchgeführt werden:

```
SOL 400
CEND
SPC=2
ANALYSIS=NLSTATIC
SUBCASE 1
STEP 1
LOAD=60
NLSTEP=1
STEP 2
LOAD=80
NLSTEP=2
NLBUCK=ALL
BEGIN BULK
...
...
NLSTEP 2
FIXED 4
$ 1 || 2 || 3 || 4 || 5 || 6 || 7 || 8 |
LOAD 60 1. 0.6 1
LOAD 80 1. 0.8 1
$
```